

Potrebuje matematiku?

Prof. RNDr. Pavol Brunovský, DrSc.

Prednáška odznela v cykle profesorských prednášok v Aule UK 4.12.2002
na pozvanie rektora UK

Otázka, ktorú som si zvolil za názov prednášky je tak trochu osobitá. Sotva by si ju niekto položil povedzme o geológii, alebo hoci aj ekonómii. O matematike však aj vysoko vzdelaní ľudia majú neadekvátne predstavy a postoje k nej siahajú od nekritického obdivu až po určité odmietanie.

Aby som bol trochu konkrétnejší: na vedeckej rade UK ktorej som členom sa zaužíval zvyk, že pri prerokovávaní profesúr a doktorátov vied majú kandidáti desaťminútové vystúpenia. Matematici majú zväčša ťažkosti povedať niečo tak, aby tomu ostatní rozumeli a dojem z ich vystúpení býva rozpačitý. To by nebolo až tak prekvapujúce. Čo ma naozaj prekvapilo, že mi otázky, ktoré nezriedka dostávam od laikov (teda či sa dá ešte niečo v matematike vymyslieť atď.) položil vyštudovaný matematik, ktorý sa pravda už dosť dávno matematike nevenuje a dnes je významným predstaviteľom nášho politického života.

Kde možno hľadať príčiny? Prakticky všetky ostatné vedy pracujú s pojmi, vzťahujú sa bezprostredne na objekty reálneho sveta a teda sú laikovi priamo známe (ako chrípka), sú predmetom všeobecného vzdelania (bunka), alebo aspoň vzbudia dojem, že mu niečo hovoria (fotón, čierna diera). V matematike sú však samotné objekty, s ktorými sa pracuje myšlienkovými konštrukciami nad konkrétnymi objektmi z reálneho sveta, a to niekedy veľmi zložitými. Porozumieť, čo je homologická grupa alebo transversálna homoklinika môže vyžadovať vedomosti, ktoré presahujú rámec vysokoškolského programu.

Na dovŕšenie zmätkov si matematici na pomenovanie pojmov požičiavajú slová z hovorovej reči (ideál, slabé riešenie). Dôsledky môžu nadobudnúť neočakávané rozmery. Kým pod takým ideálom si sotva mohol niekto niečo predstaviť, katastrofa, najmä však chaos tým, že čosi pripomínali z reálneho sveta prekročili hranice matematiky a stali sa v svojej dobe módnymi pojmi.

Aj dnes sa však vyskytujú úlohy, na ktorých pochopenie stačí znalosť stredoškolskej matematiky. Pred necelými desiatimi rokmi dovŕšil anglický matematik Andrew Wiles viac než tristoročné úsilie generácií matematikov o vyriešenie Fermatovho problému (tiež známeho ako Veľká veta Fermatova, či Fermatova hypotéza). Už starým Grékom boli známe pytagorejské trojuholníky a vedeli ich všetky opísať. Sú to pravouhlé trojuholníky so stranami, ktorých dĺžky sú celočíselné, napr. 3, 4, 5. Pred viac ako 300 rokmi napísal francúzsky právnik Fermat (známy o. i. aj z Fermatovho princípu v optike) na margo akejsi knižky, že pre vyššie mocniny ako druhú takých trojíc niet a že to vie dokázať. Je sotva mysliteľné, že by sa Fermat nebol mýlil – všetky “jednoduché” dôkazy sa ukázali byť chybnými.

Čím je problém elementárnejší, tým viac priťahuje aj šarlatánov a pseudogénirov. Aj Fermatov problém bol už veľa razy “jednoducho vyriešený” a jedného takého riešiteľa sme mali aj na Slovensku - a to už v dobe, keď problém spel k naozajstnému riešeniu. Dokonca sa mu podarilo vydať o svojom riešení brožúrku. Horšie však bolo, že vtedajšia vrchnosť mala skreslené predstavy o tom, ako dvíhať sebavedomie národa a chystala sa už-úž brožúrku rozosielať školám. Iba zásahu prof. Riečana na poslednú chvíľu možno ďakovať, že sa tak nestalo.

Dá sa teda matematika charakterizovať takýmito zväčša abstraktnými problémami, vychádzajúcimi z vnútra matematiky, pripomínajúcimi trocha hlavolamy? Asi Vás nebude treba presvedčovať, že celkom nie, že lietanie do kozmu, vývoj prúdových lietadiel, alebo projek-

tovanie veľkých stavieb nie je bez počítania mysliteľné. Nie sú však výpočtové postupy, ktorými sa takéto veci počítajú, už dávno vymyslené?

Nasledujúcim príkladom “matematiky na objednávku” by som Vás rád presvedčil o opačnom. Je z finančnej matematiky, ktorá v súčasnosti zažíva konjunktúru a v roku 1997 bola za ňu udelená tzv. “Nobelova” cena za ekonómiu Blackovi a Mertonovi. Jednou z jej úloh je oceňovanie finančných derivátov (odvodených cenných papierov), konkrétne opcií.

Opcií je veľa typov, najjednoduchšia európska call opcia je derivát na akciu, ktorú vysvetlím príkladom. Je to kontrakt, v ktorom majiteľ akcie ponúkne možnosť (opciu) zakúpiť si v danom tzv. expiračnom termíne (povedzme 1.1.2004) akciu za dohodnutú cenu (povedzme 1000 Sk). Ak bude v čase expirácie trhovacia cena akcie 2000 Sk, zákazník opciu uplatní, ak bude stáť 500 Sk, neuplatní ju a kúpi si akciu za trhovú cenu. Otázkou je, aká je spravodlivá cena, ktorú si má vypisovateľ opcie za riziko, ktoré znáša zarátať. Nie je to okrajová záležitosť - Wall Street Journal alebo Financial Times obsahujú v každom čísle celú stranu vypísaných opcií.

Riešenie je založené na štatisticky overiteľnom pozorovaní, že pohyb ceny akcií je riadený rovnakým zákonom, ako tzv. “Brownov” pohyb častíc v tekutine. Matematická teória tohto pohybu bola v tridsiatych rokoch vyvinutá “zázračným dieťaťom” N. Wienerom (staršej generácii známeho ako protagonistu “kybernetiky”), je veľmi hlboká a v svojej úplnosti presahuje rámec všeobecného vysokoškolského štúdia matematiky. Čaro je ale v tom, že prinajmenej pre výpočet ceny európskej call opcie dáva pomerne jednoduchú formulu, ktorá je súčasťou finančnej kalkulačky.

Nemôžem obísť fenomén chaosu, ktorého popularita je už na ústupe, ale v posledných troch desaťročiach dostal matematiku až na stránky dennej tlače. Jeho zárodoky siahajú až do konca 19. storočia, kedy Poincaré objavil matematický objekt “transverzálnu homoklinickú orbitu”. S jeho objavom je spojená kuriózna zápleтка s detektívnym nádychom – až nedávno sa objavilo, že Poincaré ho objavil “na dvakrát” – v prvej verzii vydania svojej práce tento fenomén opomenul. Omyl ho stál celú cenu, ktorú za svoju prácu dostal od švédskeho kráľa Oscara - na jeho náklad vydali pozmenené číslo časopisu Acta Mathematica, kde bola uverejnená. Málo pozornosti vzbudila aj štúdia anglických matematikov Cartwrightovej a Littlewooda v štyridsiatych rokoch kde sa chaos opäť objavil. V 60. rokoch, kedy prežívala teória dynamických systémov konjunktúru, v snahe pochopiť Poincarého, Cartwrightovú a Littlewooda sa začal chaosu systematicky venovať S. Smale. Motivovaný tzv. “pekárskou transformáciou” (ktorá predstavuje v istom zmysle najdokonalejšie miešanie, čo geniálne gazdinky objavili už pred stáročiami) “nakreslil” zjednodušený názorný obrázok svojej “podkovy”. Jeho výsledky mu priniesli uznanie prinajmenej v matematike – v r. 1966 získal na Svetovom kongrese najprestížnejšie matematické ocenenie – Fieldsovu medailu. Súčasne s tým sa objavil Lorenzov model turbulencie v ovzduší, ktorý síce nič nedokazoval v presne matematickom zmysle, ale ktorého počty niečo podobného naznačovali. Vreco sa však roztrhlo až vtedy, až keď Li a Yorke použili termín chaos pri snahe pochopiť Lorenzov model. Ťažko usúdiť, nakoľko je to zásluha atraktívneho názvu, stalo sa však módou hľadať chaos všade od astronómie až po architektúru, či už oprávnene, alebo nie. Skutočnosť, že deje, na opis krátkodobého správania ktorých máme priliehavé dobre riešiteľné rovnice môžu mať dlhodobu celkom nepredpovedateľnú správanie je však v každom prípade prevratná. Jeden z dôsledkov je každému blízky: nech sa budú akokoľvek presne merať dáta o počasí a budú sa akokoľvek presne spracovávať, doba, na ktorú bude možné počasie predpovedať, má svoje prirodzené hranice. Trocha prekvapujúcejšie je, že to isté platí aj o pohybe nebeských telies – našťastie doba, kedy sa ich nepredvídateľné správanie prejaví je mnohonásobkom dĺžky ľudského života a hrozby, ktoré si vytvorí ľudstvo samo svojou aktivitou sú rádovo aktuálnejšie. Príklad chaosu nasvedčuje ešte to, že výsledkom matematického výskumu nemusí byť nejaké číslo, kvantum,

alebo geometrický útvar, ale kvalita, vlastnosť, ktorej možno dať precíznu matematickú formu.

Ktorý z príkladov charakterizuje matematiku viac? Netrúfam si povedať. Je to, ako keby sme chceli rozhodnúť, či sú pre výtvarné umenie charakteristickejšie diela bez úžitkovej hodnoty, alebo výrobky umeleckých remesiel.

V súvislosti s Fermatovým problémom, ale aj v súvislosti s chaosom som spomínal “dôkaz”. Čo pod tým rozumiem? To, že nejaký výpočet čosi naznačí, sa za dôkaz nepovažuje. Ak pri overovaní Fermatovej hypotézy preskúšame koľkokoľvek trojíc čísel, stále ich ešte ostane viac - nekonečne mnoho. Veľmi zhruba povedané, dôkaz spočíva v tom, že sa sformuluje niekoľko výrokov, ako napríklad “každé celé kladné číslo má svojho nasledovníka“, ktoré sú v súlade s našou intuíciou a nájde sa sled logických operácií, ktorými sa formálne dá dokazované tvrdenie z axióm odvodiť. Samozrejme, matematik sa nie vždy k axiómam vracia, ale pracuje s akousi vierou že na požiadanie by to vedel urobiť.

Z toho čo som povedal by sa dalo usúdiť, že matematika je tautológiou. Dobrým príkladom tautológie je “princíp vylúčenia tretieho”, ktorá sa aj v dôkazoch veľmi často objavuje. Stručne by sme mohli povedať, že tautológia sú logické dedukcie, ktoré sú správne bez ohľadu na ich konkrétny obsah. Vráťme sa však k Fermatovmu problému: Je celkom mylná predstava, že reťaz matematikov, na ktorej konci stojí Wiles sa snažila čisto logickými dedukciami z axióm o prirodzených číslach dospieť k riešeniu. Bolo k tomu treba viac: matematici vytvárali sčasti za celkom iným účelom nové pojmy a teórie a len dodatočne sa ukázalo, že sa na riešenie Fermatovho problému dajú použiť. To sa nedá za tautológiu považovať. Ešte ďalej od tautológie je matematika, ktorou opisujeme, alebo “počítame” niečo z reálneho sveta (cena opcie, Smaleova podkova). Na druhej strane musím pripustiť, že samotný výsledok a jeho odôvodnenie môže vzbudzovať dojem tautológie, ale aj to, že nemálo publikovaného matematického výskumu s tautológiou hraničí. Zväčša ide o matematiku menej hodnotnú – ale vtipná tautológia môže tiež byť prínosom.

Dojem, že matematika je tautológiou je do určitej miery pochopiteľný aj preto, že väčšina populácie sa naozaj stretá s tou časťou matematiky, ktorá s tautológiou hraničí a veľmi často je aj tak aj podávaná. Týka sa to celej školskej matematiky a sčasti aj matematiky, učenej na inžinierskych a prírodovedných smeroch vysokoškolského štúdia. Matematika sa z veľkej časti predkladá ako zbierka hotových pravidiel, postupov a akýchsi hlavolamov, ktorých súvislosť s reálnym životom uniká (napr. konštrukcie trojuholníkov). Paradoxne, práve tie časti, ktoré nemajú tento charakter (“slovné úlohy”) spôsobujú najväčšie problémy žiakom i pedagógom.

To nemá byť kritika, iba konštatovanie skutočnosti. Či už muzikant, alebo športovec musí najprv prekonať tvrdý, často nezaujímavý dril, kým môže začať tvoriť. A môžu tu byť aj demografické ohraničenia – jednoducho možno nie je v populácii dost' jedincov na to, aby sa učilo inak.

Prirodzená je otázka, načo ten dril, čo má byť jeho náplňou a cieľom. Myslím, že sú to dve zložky: postupy (zručnosti) a myslenie. S nástupom výpočtovej techniky ubudlo vyučovaných výpočtových postupov, (napr. ja som sa na rozdiel od súčasných školákov učil “skrátene” delenie, výpočet tretej odmocniny). Mohlo by to viesť k názoru, že načo sa učiť násobenie, delenie, keď na to máme kalkulačky. Treba si však uvedomiť, že s učením postupov (ako násobenie) sa človek učí zručnosti zvládať viac alebo menej zložité postupy všeobecne. A potreba toho je dnes oveľa väčšia, než v minulosti – či už ide o vyplňovanie daňových priznaní, alebo skladanie nábytku z IKEY podľa návodu, o samotnom používaní počítačov ani nehovoriac. Nemám to z prvej ruky, ale výskumy ukazujú, že sa niektoré schopnosti mozgu musia tréningom aktivovať, aby začali fungovať – a na čom inom, ako na matematike to u detí, ktoré ešte majú obmedzený rozsah poznatkov robiť?

Aj tak zostáva v školskej matematike dosť učiva, ktoré sotva niekedy niekto na niečo použije a jediné zdôvodnenie preň je naozaj iba tréning myslenia. Núka sa analógia s latinčinou: kým slúžila ako medzinárodný dorozumievací prostriedok, mala vecné odôvodnenie. Keď tento význam stratila, argumentovalo sa v jej prospech už prednostne tým, že predstavuje výchovu k logickému mysleniu. Vzdelanci si vôbec nevedeli predstaviť, že by niekedy dominantné postavenie vo výchove stratila a dostala sa na jej okraj. Do určitej miery prekvapujúco však prevzala jej úlohu vo výchove k mysleniu matematika. Je preto prirodzená otázka, ktorú si pred nedávnym položil predseda Svetovej asociácie pre vyučovanie matematiky Mogens Nis - či podobný osud nečaká matematiku.

Čo teda je to myslenie, ktorému má matematika učiť? Zvyčajne sa pod matematickým myslením rozumie schopnosť logicky uvažovať a jeho dôsledok – schopnosť dedukovať, prísne rozlišovať medzi príčinami a následkami – teda to, k čomu mala slúžiť v minulosti latinčina. Je to všetko?

Bez dokonalého ovládania logického a kauzálneho myslenia sa matematika skutočne robiť nedá. Deduktívne myslenie by však nemalo chýbať nijakému diagnostikovi v širšom zmysle – či už ide o vyšetrovateľa, právnik, automechanika, alebo lekára. Malo, ale veľmi často chýba. Mohol by som dať niekoľko konkrétnych príkladov zo spomenutých profesií, kde chyby v dedukcii viedli k chybnému záveru. Rizikové faktory, o ktorých často býva reč v zdravotvede sú veľmi často problematické práve preto, že z nich vôbec nie je jasné, čo je príčina a čo následok.

Ďalším rysom je presnosť vo vyjadrovaní. Aby mohol matematik svoje úvahy a argumenty odovzdávať, musí sa naučiť hovoriť a písať tak, aby jeho vývody boli zrozumiteľné, zbavené nepodstatného balastu a dali sa chápať jediným spôsobom. Táto zložka matematiky spolu s logikou je príbuzná zodpovedajúcej zložke práva. Rovnako ako matematiku nemožno samozrejme ani právo na túto zložku sploštiť - ale aj v nej je fundamentálny rozdiel: kým matematika si môže axiomatikou urobiť v rozumnej miere bezosporný základ pre svoje potreby a v prípade potreby ho pozmeniť, právo si jednoducho musí poradiť s tým, že zákonodarstvo obsahuje rozpory, prípadne vedie k „deadlocku“, teda situácii, ktorá nemá východisko (spomeňte si na voľbu prezidenta parlamentom).

Jeden z rysov, ktorý charakterizuje matematické myslenie a proti ktorému sa azda najviac hreší je špecifikácia predpokladov, za ktorých sa robia úvahy, alebo prognózy – a niekedy sa to robí aj účelovo. Vezmime si napríklad plynofikáciu, o ktorej výhodnosti sme v minulosti počúvali. Bola naozaj výhodná, ale iba za predpokladu, že cena plynu nebude stúpať resp. nebude dotovaná. Akonáhle sa tieto predpoklady zmenili, celá vec sa dostala do celkom iného svetla.

Zaujímavé je porovnanie s filozofiou. Matematika má k nej blízko, ale ja osobne mám s porozumením filozofických spisov nezriedka ťažkosti. Jednou z výnimiek je C. G. Jung (ktorého pred nami komunizmus starostlivo zatajoval). Na citát z jedného z jeho listov, ktorý hovorí o tak abstraktných a ťažko kvantifikovateľných kategóriách, ako sú dobro a zlo sa dobre hodí novinárska fráza – keby ju napísal matematik, nenapísal by ju inak:

„Nie je známe, že by existovalo viac dobra ako zla, alebo že by dobro bolo silnejšie než zlo. Možno iba dúfať, že dobro preváži. Ak stotožníme dobro s tým, čo je konštruktívne, potom je pravdepodobné, že život pretrvá vo viac alebo menej znesiteľnej podobe; keby však mali prevládnúť deštruktívne sily, potom je isté, že svet by už dávno bol zanikol. To sa zatiaľ nestalo, možno teda mať za to, že pozitívne sily prevládajú nad negatívnymi“.

To, čo okrem logiky a precízneho vyjadrovania charakterizuje dobrého matematika je schopnosť abstrahovať od materiálnej podstaty. Dobrý príklad toho, čo takou abstrakciou myslím je pojem čísla, ktorý má ľudstvo ako celok zvládnuté. Veď číslo ako také v prírode nejestvuje – je vždy spojené s nejakými materiálными objektmi. Zaujímavé v tomto kontexte je, že japončina má okrem dvoch druhov „abstraktných“ čísel (japonských a čínskych)

ešte osobitné číslovky pre počítanie štíhlych objektov (napr. ceruziek), plochých objektov (napr. hárkov), lebo ľudí. Príkladom náročnejšej abstrakcie, ktorá viedla k novému výsledku je formula pre výpočet opcie – použil sa naň aparát, ktorý vznikol pri opise pohybu častíc v tekutine. Práve takéto abstrakcie patria do „netautologickej“ časti matematiky. Obávané „slovné úlohy“ robia preto také ťažkosti, že každá z nich predstavuje maličký kus abstrakcie od konkrétneho problému k abstraktnému aparátu (akým sú napríklad rovnice).

S abstrakciou súvisí aj ďalšia schopnosť - vytvárať zjednodušené modely zložitejších javov, čo už má k tautológii veľmi ďaleko. Je veľa oblastí, v ktorých sú matematické modely dávno vyvinuté a výpočtové postupy súčasťou dobré známe napríklad inžinierom a dnes sú súčasťou komerčného softwaru. Ale je rad oblastí, kde sa boríme s matematickým opisom javov (od prúdenia v poréznom prostredí, cez horenie a šírenie ohňa, klasifikáciu samovoľného vzniku štruktúr - snehová vločka, či členitého organizmu z guľovitého embrya – k modelom živej prírody a ľudskej spoločnosti). Matematický model je totiž vždy väčším, alebo menším priblížením skutočnosti a vytvoriť ho tak, aby niečo vypovedal a pritom bol matematicky spracovateľný je vzácnym darom aj medzi matematikmi.

Dobrym príkladom je súčasná teória hier, ktorá analýzou modelových situácií napomáha chápaniu spoločenského správania. Príkladom je slávna „väzňova dilema“. Ide v nej o dvoch väzňov, ktorí čosi vyparátili, sú osve vypočúvaní a rozhodujú sa o tom, či zatľkať, alebo zhodiť partnera a tým aj seba – ale so zmiernením trestu za spoluprácu. Optimálne by bolo zatľkať, ale racionálnou rovnovážnou stratégiou je vypovedať. Hovorí sa tomu „Nashova rovnováha“ podľa jej objaviteľa - hrdinu nedávneho filmu „Čistá duša“. Že sa ľudia naozaj tak správajú, možno doložiť na požiari Harmaneckých papierní: vznikla panika, ľudia zbytočne strácali čas zháňaním predraženého toaletného papiera napriek tomu, že to pre nich značilo stratu času čakaním a peňazí za predražený papier. Vzhľadom na túto spoločenskú psychózu však bolo racionálne papier zháňať – kto tak neurobil, ostal bez neho.

Do akej miery je potrebné viesť žiakov a študentov k matematickému mysleniu v rámci všeobecného vzdelania?

Ak som povedal, že v niektorých oblastiach by nezaškodilo viac matematického myslenia, v nijakom prípade by som to nechcel uplatňovať všeobecne. Boli by sme ochudobnení o čarovné nelogičnosti Marquezovej prózy, Alexander Veľký by bol zostarol pri Gordiu snažiac sa rozplieť uzol a beh dejín by asi vyzeral celkom inak. Presné, matematické vyjadrovanie v každej komunikácii bežného života by bolo hrôzou. Úspory bežnej komunikácie, spoliehajúcej sa na kontext ďaleko vyvážia nejednoznačnosti a nedorozumenia, ktoré sa sem-tam vyskytnú.

Na tomto mieste by som sa zastavil a snažil sa dať odpoveď na dve z otázok z téz.

Predovšetkým, k otázke tautológie. Dúfam, že sa mi podarilo presvedčiť Vás, že matematika nie je tautológiou, aj keď jej hotové produkty môžu ako tautológia vyzeráť a časť matematiky s ňou hraničí.

Ďalej, pokiaľ bude rásť úloha informačných technológií, nehrozí, že by matematiku vo všeobecnom vzdelávaní vystriedal iný predmet – aj keď možno očakávať, že sa vplyvom a dostupnosťou informačných technológií zmení. Na rozdiel latinčiny má totiž matematika schopnosť prispôbovať sa, pretože je „otvorená“ a ďalej sa vyvíja.

Pomaly sa blížim ku koncu a tak by som sa mal vyjadriť k otázke, ktorá je názvom prednášky. Má niekoľko rovín. V prvej ide o to, či máme na mysli potrebu jej vyučovania, potrebu jej používania, alebo potrebu rozvíjať ju. K prvým dvom otázkam som sa vyjadril a nemám k nim veľmi čo dodať, sústredím sa teda na otázku jej rozvoja.

Druhá rovina je regionálna – môžeme si otázku položiť z hľadiska osobného, z hľadiska Slovenska, alebo povedzme až súčasnej civilizácie.

Skúsme sa poučiť z histórie. Veľké civilizácie obyčajne posunuli ďalej aj matematiku, ale sú aj výnimky – staroveký Rím, ktorý bol asi natoľko pragmatický, že matematika sa mu vi-

dela byť niečím príliš abstraktným nevnesol do rozvoja matematiky prakticky nijaký vklad. Dá sa teda povedať, že otázka pestovania a rozvoja matematiky je vo veľkej miere otázkou voľby. Na druhej strane, naša civilizácia je s matematikou úzko zviazaná a ja som sa snažil dať príklady úloh “zo života”, pre ktoré bola matematika nájdená iba teraz a vymenovať rad oblastí, kde nemáme ani tušenia, ako ich opisovať matematicky. Otázkou však je, či nám treba výskum typu Fermatova veta, alebo či neponechať firmám, aby si podporovali svojich “matematikov”, ktorí im urobia to, čo potrebujú vtedy, keď treba.

Je to veľmi citlivá otázka. Pripúšťam, že určité disciplíny je vhodné povedzme finančnými nástrojmi stimulovať viac, iné menej, ale prílišné okliešťovanie voľnosti v tvorbe by v konečnom dôsledku viedlo k degenerácii. Máme byť natoľko úzkoprší, aby sme podporovali iba to, čo dáva výstup v podobe pohodlia, či zvýšenia materiálneho blahobytu? Je otázkou filozofie, či lietieť do kozmu, alebo ponárať sa do hĺbok oceánu, alebo hoci tráviť 1500 nocí v snahe spoznať život bobrov v prírode ako Bratislavčan Hulík. A potom, je tu príklad teória čísel, teda oblasť Fermatovho problému. Výskum v nej viedol k celkom neočakávanému praktickému objavu tzv. nerozlúštiteľných kódov, ktoré sú dnes strategickým tovarom s veľmi širokým použitím nielen vo vojenstve.

Pozrime sa na tieto otázky zo slovenského pohľadu. Globalizácia má aj negatívne efekty. Sotva budeme niekoho posilať do kozmu, veľké podniky a banky, kde by sa nejaká tá matematika uplatnila sú v zahraničných rukách a tak sa zdá, že sa naši matematici dostanú akurát tak k tomu, aby učili mladých, z ktorých väčšina aj tak skončí v zahraničí.

Nie je to celkom tak. Po prvé, stimulov pre matematiku zvonka je síce menej, ale vyskytujú sa. Bolo by ich viac, keby sme mali viac vzájomnej dôvery a viac viery vo vlastné sily. Aj tak ale zostáva otázkou, či je domáci matematický výskum rentabilný, či si nepovedať, že jeho potreba je natoľko malá, že ju treba ponechať bohatším a výsledok “doviezť”- teda naučiť sa ho, keď ho bude treba. Alebo inak, stačí nám učiť sa a učiť rutinnú matematiku, a tí, čo sa im máli, nech idú do Prahy alebo do Viedne.

Opäť, je to vec spoločenskej voľby a bolo by možné sa takto rozhodnúť. Napokon, politika podpory vedy a politika uprednostňovania kvantity vysokoškolského vzdelania naznačuje, že sa tým smerom uberáme. Bolo by si však treba ozrejmiť, čo takáto voľba so sebou nesie. V matematike je azda ako v nijakej inej oblasti úzko zviazaný výskum s vyučovaním. My sme koncom osemdesiatych a začiatkom deväťdesiatych rokov mali vynikajúcu úroveň didaktiky matematiky práve preto, že viacero tvorivých matematikov rozhodlo venovať sa tejto dráhe. Ak vyženieme z matematiky tvorivých duchov, vyženieme ich aj z výučby. Okrem toho, to “dovážanie výsledkov” nie je až tak jednoduché. Treba byť naň pripravený, často sa stretávame s tým, že sa používa matematika, alebo programy na veci, na ktoré vôbec nie sú určené.

Ja by som ale upriamil pozornosť na inú stránku otázky. Veľa hovoríme o tom, že nerovnováha v obchodnej bilancii je pre budúcnosť krajiny rizikom. Menej už spomíname, že to isté platí o nerovnováhe v položkách vyviezol - doviezol aj v duchovnej oblasti. Jednoducho, ak chceme dlhodobo prežiť a nájsť si svoje miesto na slnku, nemôžeme zo svetovej duchovnej pokladnice iba čerpať, musíme do nej aj dať svoj primeraný vklad. A na to aby sme vkladali, musíme mať nápad a byť v niečom lepší. Matematika je na to dobrým artiklom, lebo je relatívne lacná (ekonomicky povedané má “vysokú pridanú hodnotu”), a dá sa robiť na diaľku. A vďaka tomu, že nebola natoľko pod ideologickým dozorom, mohla sa počas minulého režimu dostať na slušnú medzinárodnú úroveň.

Okolo spomenutej skupiny didaktikov sa rozvinul systém starostlivosti o talenty – korešpondenčné semináre, olympiáda, matematické pionierske tábory, bolo tu viacero integrujúcich osobností, okolo ktorých sa grupovali vedecké semináre, v ktorých vyrástli mladí vedci. Uvoľnenie po novembrových zmenách umožnilo silnej generácii terajších štyridsiatnikov naplno sa rozvinúť a preniknúť do sveta a v niektorých disciplínach sme sa dostali na vysokú

“exportnú úroveň”. Súčasnosc’ je bohužiaľ ďaleko menej radostná a otázka prežitia matematiky na Slovensku vôbec nie je nadnesená. Naopak, viacero signálov hovorí o tom, že je ohrozená jej reprodukčná schopnosť. Existenčné problémy sa podpísali pod to, že vedúce osobnosti didaktiky odišli do iných sektorov a do zahraničia, korešpondenčné semináre sa držia len-len, časopis AMUC, ktorý si získal slušnú medzinárodnú úroveň možno neprežije budúci rok...

Nie je tu miesto, aby som podrobne rozoberal príčiny, pre ktoré dnes na Matfyzе prakticky niet mladých pracovníkov pod štyridsiatkou a z tých čo sú, je väčšina na odchode. Spomenul by som iba to, že popri príčinách, ktoré kvária iné disciplíny má matematika špecifiká, pre ktoré bola zasiahnutá možno najviac. Jedna z nich je určitý celosvetový odklon mládeže od matematiky, ktorá nie je kompatibilná so súčasným životným tempom. Kto by trávil celý deň rozmyšľaním nad jedným - jediným pojmom, keď naň útočí toľko vzruchov? Druhou príčinou je paradoxne to, že matematici majú z biedy akademického života pomerne ľahký únik. Potreba programátorov je stále nevyčerpatel'ná a pre matematikov zatiaľ nie je veľkým problémom uplatniť sa vo finančnej sfére.

Ako som spomínal, keď dokázala bez matematiky fungovať rímska ríša, asi to prežijeme aj my. Ibaže sa akosi neviem zmieriť s myšlienkou, že po storočí snáh o národnú svojbytnosť sa vrátíme späť, kde sme boli: nadaný mladík, ktorý bude mať schopnosť a ambíciu robiť matematiku, nebude mať inú možnosť, ako odísť do zahraničia.

Ale aby som neskončil celkom pesimisticky: O týždeň bude na Matfyzе týždeň absolventov. Usporiadajú ho z vlastnej iniciatívy absolventi Matfyzу, ktorí sú v súčasnosti doktorandmi zahraničných univerzít (medziiným Princetону, CalTechu) a chcú študentom odovzdať svoje dojmy a získať ich pre vedeckú kariéru. Viacero je odhodlaných po skončení štúdia vrátiť sa a pôsobiť tu. Možno je to nový začiatok. V každom prípade im želám, aby sa im akcia vydarila a aby im ich odhodlanie vydržalo a aby trocha rozvírili stojaté vody nášho akademického života.

Záverom by som sa chcel poďakovať kolegovi z Matfyzу doc. P. Zlatošovi, ústrednému inšpektorovi MŠ doc. Vl. Rosovi, p. prorektorovi UK doc. Kresákovi a ďalším, ktorí mi venovali čas pri diskusiách o rozličných aspektoch mojej prednášky a kritike jej predbežných verzií. Osobitne som vďačný prof. L. Kováčovi za otázku o tautológii, ktorá mi poslúžila za jej jednotiacu niť.