

## Posudok oponenta na habilitačnú prácu Mgr. Marcela Polakoviča, PhD.

### „Lineárne operátory v kvantovej mechanike a kvantových štruktúrach“

Predložená práca Mgr. Marcela Polakoviča sa zaoberá dvoma okruhmi problémov: 1) klasickou limitou a klasickými projekciami kvantovej mechaniky (navrhnutými P. Bónom), a 2) efektovými algebrami - kvantovými štruktúrami, ktoré popisujú neostré kvantové experimenty. Vzťah kvantovej a klasickej mechaniky je zaujímavý nielen z hľadiska ich matematického popisu a fyzikálneho obsahu, ale aj ich vzniku a vývoja. Kým klasická Newtonova mechanika má svoje korene v pozorovaní pohybu planét a analýze jednoduchých pohybov hmotných bodov v silovom poli, tak kvantová mechanika pochádza z poznania atómovej a molekulovej štruktúry látok – najmä z objavu diskretných energetických hladín atómov. Kvantová mechanika rozširuje obzor klasickej mechaniky do vnútra atómov.

Po matematickej stránke kvantová mechanika je deformáciou Poissonovej štruktúry na fázovom priestore klasickej mechaniky, pričom úlohu deformačného parametra hrá Planckova konštanta. Takýto pohľad na kvantovanie v plochom fázovom priestore zaviedli Bayen, Flato a Fronsdal. Deformačné kvantovanie pomerne nedávno Fedosov a Kontservich rozšírili na diferenciálne variety s Poissonovou štruktúrou.

Pri deformačnom kvantovaní spravidla sa jedná o formálne mocninné rozvoje v Planckovej konštante (deformačnom parametre) a odtiaľto je dlhá cesta k kvantovému popisu systémov, kde fyzikálnym veličinám odpovedajú samozdružené operátory v Hilbertovom priestore a stavu systému odpovedá matica hustoty (pozitívny normovaný funkcionál na priestore operátorov fyzikálnych veličín). Vzniká otázka, ktorú M. Polakovič rieši v prvom okruhu problémov: Kde je v kvantovom popise fyzikálnych systémov skrytá klasická mechanika?

Klasickej limite a klasickým projekciám kvantovej mechaniky sa autor venoval v prácach [H1] – [H5]. V prácach [H1] a [H2] vyšetruje limity ohraničených kvantových hamiltoniánov a dokazuje vety o konvergencii (práca [H3] je upresňujúce Erratum). V práci [H4] vyšetruje konvergenciu časového vývoja a formuluje vetu o konvergencii (práca [H5] je Erratum, v ktorom zosilňuje tvrdenie). V prácach [H6] a [H7] analyzuje exaktne riešiteľný problém s kvadratickými hamiltoniánmi.

Proces merania v kvantovej mechanike patrí, od jej vzniku, k fundamentálnym, nie úplne pochopeným problémom. V štandardnom prístupe sa vychádza z ortogonálnych projektorov, pri ktorých projektorová miera nadobúda hodnoty 0 alebo 1 (áno-nie experimenty). V druhej téme sa M. Polakovič ich zovšeobecnením: pozitívnymi-operátorovoznačnými mierami (POVM), ktoré sú popísané efektovými algebrami, ktoré môžu byť modelovanými lineárnymi operátormi v Hilbertovom priestore (efekt = hermitovský operátor  $A$ ,  $0 \leq A \leq I$ ).

Modelovaniu efektových algebier sa venuje v prácach [H8] a [H9]. V práci [H8], spolu so Z. Riečanovou uvádzajú nový výsledok - zovšeobecnenú efektovú algebru tvorenú neohraničenými husto definovanými operátormi v Hilbertovom priestore. V práci [H9] M. Polakovič skúma štruktúru zovšeobecnenej efektivej algebry v separabilnom nekonečne-rozmernom

Hilbertovom priestore. Bolo ukázané, že kompakné efekty, Hilbert-Schmidtove efekty a efekty s konečnou stopu tvoria jej pod-zovšeobecnené efektové algebry.

M. Polakovič publikoval svoje výsledky v piatich prácach v medzinárodných odborných časopisoch (4x International Journal on Mathematical Physics, 1x Reports on Mathematical Physics) a dva krát v domácom časopise (Journal of Electrical Engineering). Na tieto práce má 17 citácií v medzinárodných databázach.

K predloženej práci mám niekoľko pripomienok a komentárov:

1. Úvod je napísaný výstižne a konzistentne, ale priveľmi stručne. Mohli byť uvedené základne fakty o reprezentáciách Weylovej-Heinbergovej grupy a jej Lieovej algebry, o (Perelomových) koherentných stavoch a ich aplikáciách na kvadratické hamiltoniány, trochu viac faktov o (zovšeobecných) efektových algebrách a ich modelovaní.
2. Kvantová mechanika bola formulovaná nielen pre klasickú mechaniku na plochom fázovom priestore, ale pre oveľa širšiu triedu klasických mechaník, napríklad na ko-adjungovej algebre Lieovej grupy (s prirodzenou symplektickou formou). Je možné rozšíriť dôkazy o klasickej limite a klasickej projekcii aj na prípad (jednoduchých) ko-adjungovaných orbít? Podobná otázka by sa mohla týkať aj modelovania efektových algebier.
3. Uchádzač by stručne naznačiť užitočnosť efektových algebier v moderných aplikáciách, ktoré idú za rámec ano-nie experimentov kvantovej mechaniky. Jedná sa o modernú problematiku, ktorá z jeho prác získala dominantný ohlas.

**Zhrnutie:** Predložená práca sa zaoberá aktuálnou problematikou na otvorené problémy kvantovej fyziky: exaktnou analýzou klasickej limity kvantovej mechaniky a efektovými algebraami, ktoré rozširujú pohľad na proces merania v kvantovej mechanike. M. Polakovič publikoval výsledky zhrnuté v predloženej práci v odborných časopisoch, ktoré získali solídny ohlas. Moje pripomienky sú doplnujúceho charakteru a neznižujú jej úroveň.

Predložená práca spĺňa požiadavky kladené na dizertačnú prácu. Odporúčam ju uznať za dizertačnú prácu a po jej úspešnej obhajobe udeliť Mgr. Marcelovi Polakovičovi, PhD., vedecko-pedagogický titul „*docent*“.

V Bratislave, 4. 6. 2014

Peter Prešnajder