

Posudok oponenta na habilitačnú prácu

Mgr. Richarda Kollára, PhD.

Stability of Nonlinear Waves, Krein Signature, and Evans Function

Autor posudku: prof. RNDr. Ján Filo, CSc.

Mgr. Richarda Kollára, PhD. poznám od roku 1997, kedy som sa zúčastnil obhajoby jeho diplomovej práce s názvom *Semilinear Wave Equation and Degree Theory for Multifunction*. V diplomovej práci sa dokazovala existencia slabého riešenia rovnice

$$u_{tt} - u_{xx} + \text{sign } u(x, t) + f(x, t, u) = h(x, t) \quad (1)$$

za pomoci abstraktnej teórie s využitím stupňa zobrazenia pre monotónne multifunkcie. Úloha sa preformulovala na všeobecnejší prípad

$$h - Lu \in N(u) \text{ pre multifunkciu } N : H \rightarrow 2^H \text{ na Hilbertovom priestore } H.$$

Autor už v tom čase prejavil jemu blízky prístup k riešeniu konkrétneho matematického problému pomocou vybudovania abstraktnej teórie s čo najširším záberom.

Prvá časť predkladanej habilitačnej práce pozostáva zo spoločného článku s autorovým školiteľom, prof. R.L. Pegom, a zaoberá sa spektrálnou stabilitou riešenia

$$\psi(t, r, \theta) = e^{-i\mu t} e^{im\theta} w(r) \text{ rovnice } i\psi_t = -\frac{1}{2}\Delta\psi + \frac{r^2}{2}\psi + |\psi|^2\psi \quad (2)$$

tak, že skúma malé perturbácie riešenia ψ vo forme

$$u(t, r, \theta) = \psi(t, r, \theta) + \varepsilon e^{-i\mu t} v(t, r, \theta), \quad (3)$$

pričom problém linearizuje. Postupne príde k nekonečnému systému dvojíc rovníc na vlastné čísla a tieto študuje pomocou Evansovej funkcie. Touto metódou však nejde garantovať spektrálnu stabilitu na celom vertikálnom páse komplexnej roviny. Na potvrdenie numerických výsledkov autor využije metódu Kreinovej signatúry. Mohol by autor presne uviesť nelineárne členy, ktoré v (6) na strane 41 zanedbáva a tiež argumentáciu oprávnenosti tohto kroku?

V druhej časti práce autor skúma úlohu na vlastné čísla operátorovej rovnice

$$u = Q(\lambda)Bu + \lambda^{-p}R(\lambda)Cu \text{ v Hilbertovom priestore } X$$

a tiež vyšetruje spektrum problému

$$Mu + \lambda Lu + \lambda^2 Eu = 0$$

pre Hermitove matice M a L . V čase, v ktorom som sa mohol dizertácii venovať, som nenašiel závery, plynúce z vybudovanej teórie, týkajúce sa Modelu #1. Dá sa aj v tomto prípade hovoriť v nejakom zmysle o nelineárnych vlnách?

Tretia časť práce je venovaná grafickej Kreinovej signatúre a Evans-Kreinovej funkcii. V tejto časti autor uvádza 17 netriviálnych príkladov z rôznych oblastí, ktorých interpretácia v súvislosti so študovanou problematikou je bez znalostí bohato citovanej literatúry pre čitateľa veľmi náročná.

Autor touto habilitačnou prácou jednoznačne preukázal svoju vyzretosť a erudíciu, ako aj schopnosť aplikovať abstraktné teoretické výsledky na matematické modely pochádzajúce z reálnych aplikácií. Popri samotnej habilitačnej práci sú primerane preukazné aj jeho celkové publikačné výsledky vrátane ohlasov a jeho pedagogické pôsobenie.

Na základe vyššie spomínaných faktov bez pochybností podporujem udelenie vedecko-pedagogického titulu docent pre odbor Matematika Mgr. Richardovi Kollárovi, PhD.

V Bratislave, 02.09.2014

Ján Filo