



Prof. RNDr. Josef Mikeš, DrSc.
Katedra algebry a geometrie PŘF UP
17. listopadu 12, 771 46 Olomouc

Posudek

habilitační práce **Mgr. Jána Brajerčíka, PhD.**

**PROBLÉMY GLOBÁLNEJ VARIÁČNEJ GEOMETRIE:
ŠTRUKTÚRY, METÓDY, INVARIANCIA**

Diferenciální geometrie a variační počet představují matematický aparát, používaný při řešení řady fyzikálních problémů. Předložená habilitační práce se opírá o 6 původních vědeckých publikací autora, spadajících do těchto disciplín. Práce se skládá ze stručného úvodu a komentářů těchto článků, které jsou samostatnými kapitolami. Tyto publikace byly publikovány v renomovaných vědeckých časopisech a prošly solidním recenzním řízením. Některé z nich již získaly ohlas ve vědecké obci.

Úvodní kapitola je uceleným úvodem do problematiky, kterou se práce zabývá. Tím je dán práci jednotící charakter a lze ji hodnotit jako velmi originální příspěvek k tématu souvislosti variačního počtu a diferenciální geometrie z pohledu současného stavu teorie.

První předložená práce *Variational principles for locally variational forms* (s D. Krupkou) je věnována základům variačního počtu na fibrovaných varietách, mj. je zde uveden pojem první variační formuly a extremály lokálního variačního principu.

V *druhé* práci *Invariant variational problems on principal bundles and conservation laws* autor studuje důsledky invariance variační úlohy na r -tém jetovém prodloužení $J^r P$ hlavního fibrovaného prostoru $\pi: P \rightarrow X$. Autor uvažuje invarianci Lagrangiánu definujícího variační úlohu vůči kanonickému prodloužení působení strukturální grupy G prostoru P na $J^r P$.

Dále nachází nové vlastnosti této úlohy.

Cílem *třetí* autorovy práce *Second order differential invariants of linear frames* je charakteristika skalárních diferenciálních invariantů a diferenciálních invariantů s hodnotami v tenzorových prostorech druhého řádu na prostorech repérů. Zde zobecnil do tedy známé výsledky o strukturách přirozených Lagrangiánů prvního řádu na prostoru repérů.

Ve *čtvrté* práci autora *Order reduction of the Euler-Lagrange equations of higher order* se studuje problematika redukce rovnic při hledání extrémů variační úlohy prostřednictvím redukce jejich řádu. Autor uvádí ilustrativní příklad, kde nachází explicitní vyjádření rovnic.

Pátá práce *Principal bundle structure on jet prolongations of frame bundles* (s M. Demko a D. Krupkou) se týká strukturálních problémů jetových prodloužení hlavních fibrovaných prostorů. Autoři zde našli jistou redukci snižující o jeden řád prostory se strukturou.

V *šesté* práci *The fundamental Lepage form in variational theory for submanifolds* (s Z. Urbanem), se studují homogenní variační problémy. Zde jsou uvedeny nové výsledky, velmi zajímavými jsou výsledky o minimálních plochách v Riemannových varietách.

Je třeba konstatovat, že moderní diferenciální geometrie je velice náročnou matematickou disciplínou, která se opírá o mnohé matematické obory: topologii, moderní analýzu, algebru, teorii kategorií a některé další. Formalismus variačního počtu na varietách vyžaduje zvládnutí velkého množství pojmů a obtížných technik. Předložená práce svědčí o tom, že Ján Brajerčík se toho zhostil dobře a dosáhl významných původních vědeckých výsledků, a to v oblasti, ve které v současné době pracuje množství odborníků na řadě zahraničních pracovišť.

Předložená práce obsahuje příspěvky autora (a případně spoluautorů) k řešení základních problémů globální variační geometrie. Zejména se to týká problémů

- definování geometrických struktur vhodných na prezentování příslušné teorie,
- aplikování metod globální analýzy na řešení daných úloh,
- zkoumání důsledků invariance geometrických objektů na variační teorii.

Výše uvedené oblasti zasahují do důležitých partií matematiky, fyziky a navzájem se doplňují a mají velký aplikační potenciál.

Autor se v souboru prací, které jsou součástí habilitační práce, věnuje zejména tématům

- definice globálního variačního problému na fibrovaných varietách pomocí lokálních variačních principů.
- geometrická struktura variačních problémů na hlavních fibrovaných prostorech, které jsou invariantní vzhledem ke grupě struktur příslušných prostorů,
- charakteristika diferenciálních invariantů prostorů lineárních reperů nad danou varietou a přirozených Lagrangianů na příslušných jetových prodloužených prostorů reperů,
- redukce řádů systémů Eulerových-Lagrangeových rovnic, tzv. Eulerova-Poincarého redukce, pro invariantní variační problémy vyšších řádů na prostoru reperů,
- definování vhodné struktury hlavního fibrovaného prostoru na jetových prodloužených prostoru reperů,
- rozšíření pojmu Lagrangeovy formy na variety regulárních rychlostí, což umožňuje formulaci variační teorie pro podvariety, kde jsou podkladovými prostor Grassmannovy fibrace.

Uvedené problémy jsou součástí celkové vědecké činnosti autora. J. Brajerčík je autorem 24 prací, ohlasů (včetně zahraničních) má 23. Jeho práce byly kladně recenzovány, jak v MR, tak i Zentralblattu (větší část z nich je v databázích Scopusu a Web of Science), a také byly autorem prezentovány na mnohých mezinárodních konferencích.

Jedná se o samostatně pracujícího výzkumníka se stabilizovanými zájmy a solidními výsledky, jak do počtu, tak do kvality. Z habilitačních materiálů také vyplývá jeho rozsáhlá pedagogická činnost, jak učebně-metodická, tak i organizační, kterými je podmíněna vědecko-pedagogická hodnota docenta.

Závěr: Podle mého názoru, habilitační práce Mgr. Jána Brajerčíka, PhD.: *Problémy globálnej variačnej geometrie: štruktúry, metódy, invariancia*, obsahuje původní vědecké výsledky, jejichž originalita i vysoká odborná úroveň je dokumentovaná mimo jiné tím, že byly publikovány v recenzovaných mezinárodních časopisech a ve sbornících prestižních mezinárodních konferencí.

Tato práce vyhovuje všem podmínkám kladených na habilitační práce, a proto doporučuji, aby Mgr. Jánovi Brajerčíkovi, PhD. byl na základě habilitačního řízení přiznán vědecko-pedagogický titul *docent* v oboru Matematika.

Prof. RNDr. Josef Mikeš, DrSc.

V Olomouci 12. prosince 2019