

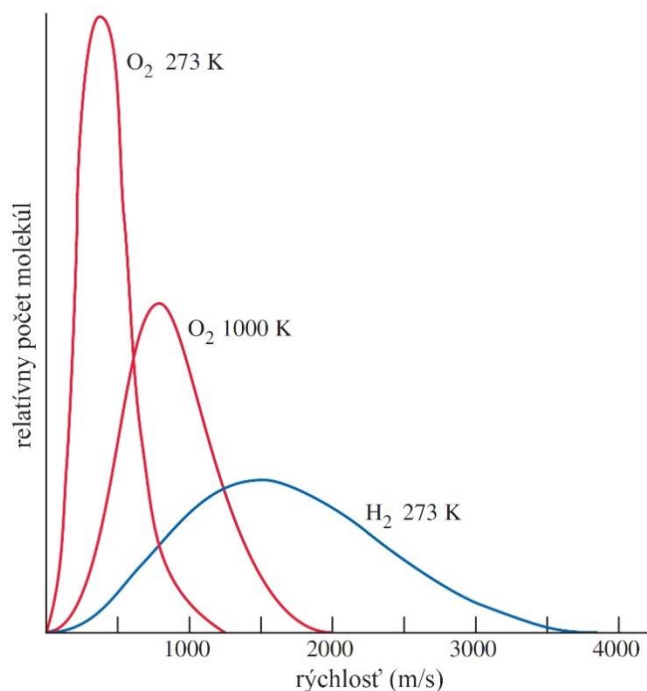
Distribúcia rýchlostí molekúl plynu

Rýchlosť jednotlivých molekúl vo vzorke plynu je variabilná, a to aj pri pôsobení konštantnej teploty. Vzhľadom na veľký počet molekúl nemôžeme poznať rýchlosť každej molekuly, ale môžeme urobiť štatistickú predpoveď toho, koľko molekúl má konkrétnu rýchlosť u . Na vytvorenie takejto predpovede použijeme nasledujúcu rovnicu, ktorá opisuje distribúciu rýchlostí vo vzorke plynu. Všeobecne povedané, pre špecifikovanú hodnotu rýchlosti u (m/s) predstavuje zodpovedajúca hodnota F podiel molekúl s rýchlosťou medzi u a $(u + 1)$ v jednotkách m/s.

$$F(u) = 4\pi \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} u^2 e^{-(Mu^2/2RT)}$$

Rovnica sa nazýva Maxwellov-Boltzmannova distribúcia rýchlostí, podľa Jamesa Clerka Maxwella, ktorý ju prvý krát odvodil v roku 1860, a Ludwiga Boltzmann, ktorý neskôr priniesol ďalšie poznatky o jej fyzikálnom význame. Nebudeme sa sústreďovať na matematické odvodenie vzťahu ale skôr na pochopenie, ako distribúcia rýchlostí závisí od molovej hmotnosti (M) a teploty (T) plynu.

Tvar distribúcie závisí od súčinu dvoch protichodných faktorov: faktora u^2 a exponenciálneho faktora, $\exp(-Mu^2/2RT)$. Zatiaľ čo so zvyšujúcou sa hodnotou u narastá aj u^2 (z hodnoty nula), exponenciálny faktor sa znižuje z hodnoty jedna. Faktor u^2 uprednostňuje prítomnosť molekúl s vysokými rýchlosťami a je zodpovedný za to, že existuje len málo molekúl s rýchlosťami blízkymi nule. Exponenciálny faktor uprednostňuje nízke rýchlosti a obmedzuje počet molekúl, ktoré môžu mať vysoké rýchlosti. Keďže F je súčinom týchto dvoch protichodných faktorov, narastá z hodnoty nula, dosahuje maximum a potom sa znižuje so zvyšujúcim sa u . Z grafického znázornenie vidieť, že rozdelenie nie je symetrické okolo svojho maxima.



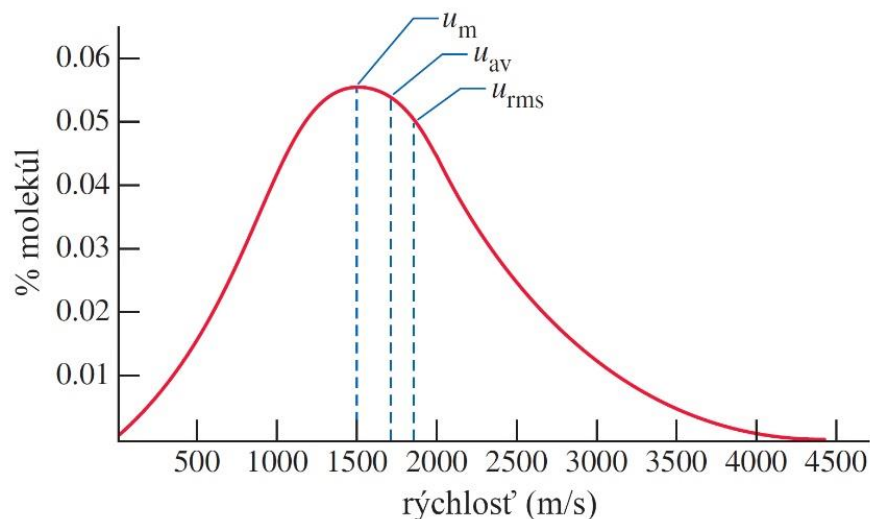
Obrázok ilustruje, ako závisí distribúcia rýchlostí molekúl od teploty a molovej hmotnosti. Keď porovnáme rozdelenia pre O₂ pri teplotách 273 K a 1000 K, vidíme, že rozpätie rýchlostí so zvyšujúcou

teplotou narastá a distribúcia sa posúva smerom k vyšším rýchlostiam. Rozdelenia pre O_2 a H_2 pri 273 K ukazujú, že čím ľahší je plyn, tým širší je rozsah rýchlostí molekúl (resp. častíc). Z porovnania distribúcie rýchlosti molekúl kyslíka a vodíka vidíme, že kyslík musí byť zahriaty na veľmi vysokú teplotu, aby mal rovnakú distribúciu rýchlostí ako vodík pri 273 K.

--

Plocha pod každou krivkou je rovnaká. Každá krivka je pre rovnaký celkový počet molekúl. Zvyšovanie T (alebo znižovanie M) je ako naťahovanie gumového grafu. Rovnaký počet molekúl je rozložený v širšom rozsahu rýchlostí.

--



Znázornenie percentuálneho podielu molekúl s určitou rýchlosťou ako funkcia rýchlosti. V grafe sú identifikované tri rôzne rýchlosti. Najpravdepodobnejšia rýchlosť (u_m) je približne 1500 m/s; priemerná rýchlosť (u_{av}) je približne 1700 m/s; a stredná kvadratická rýchlosť (u_{rms}) je približne 1800 m/s. Vidíme, že $u_m < u_{av} < u_{rms}$.

V prípade najpravdepodobnejšej rýchlosti alebo modálnej rýchlosti (u_m) platí, že viac molekúl má túto rýchlosť ako akúkoľvek inú rýchlosť. Priemerná rýchlosť sa označuje u_{av} . Stredná kvadratická rýchlosť, u_{rms} , sa získa z priemernej hodnoty u^2 ($\overline{u^2}$) prostredníctvom vzťahu $u_{rms} = \sqrt{\overline{u^2}}$ (čiara nad u^2 pripomína, že hovoríme o priemernej hodnote u^2). Tieto charakteristické rýchlosti sa dajú vypočítať pomocou nasledovných vzťahov:

$$u_m = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \quad u_{av} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad u_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Pri ich použití je potrebné aby plynová konštanta (R) bola vyjadrená adekvátnych jednotkách, $8.3145 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ a molová hmotnosť M v kilogramoch na mol.

--

Príklad: Výpočet strednej kvadratickej rýchlosti.

Čo má väčšiu rýchlosť, 1) náboj vystrelený zo strelnej zbrane M-16 t (974 m/s = 3507 km/h) alebo 2) pohyb molekúl H_2 pri 25 °C vyjadrený prostredníctvom strednej kvadratickej rýchlosti?

Ide o aplikáciu rovnice uvedenej vyššie. Musíme použiť jednotky SI: $R = 8.3145 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$, $M = 2,016 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$. Pripomeňme, že $1 \text{ J} = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$. V prípade H_2 bude u_{rms} dané:

$$\begin{aligned} u_{\text{rms}} &= \sqrt{\frac{3 \times 8.3145 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \times 298 \text{ K}}{2.016 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}}} \\ &= \sqrt{3.69 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 1.92 \times 10^3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Pri porovnávaní buď prevedieme $1,92 \times 10^3 \text{ m/s}$ na rýchlosť v míľach za hodinu, alebo 2180 míľ za hodinu na metre za sekundu. Zistíme, že $1,92 \times 10^3$ zodpovedá $4,29 \times 10^3 \text{ míľ/h}$. Stredná kvadratická rýchlosť molekúl pri 25°C je väčšia ako rýchlosť strely z M16.